



KANDÓ KÁLMÁN VILLAMOSMÉRNÖKI FŐISKOLAI KAR

Mikroelektronikai és Technológiai Intézet

Aktív Szűrők

Analóg és Hírközlési Áramkörök

Laboratóriumi Gyakorlatok

1.Szűrők specifikációja

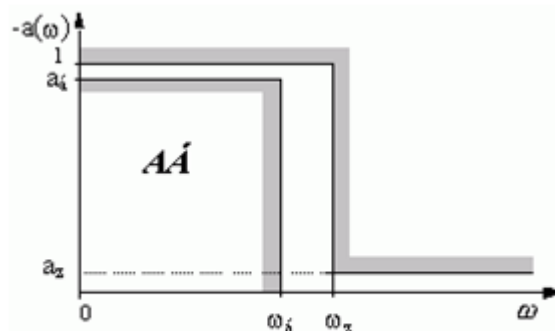
Olyan elektronikus áramkör, amely az elektromos áram meghatározott frekvenciáit meghatározott módon képes csillapítani vagy erősíteni. Emiatt általában aktív (erősítő) elemet is tartalmaz. Lehet hangolható (az egyszerűbbeket potenciométerekkel és kapcsolókkal lehet állítani) vagy olyan, ami előre meghatározott frekvenciatartományban működik.

Elsősorban hangfrekvenciákon alkalmazzák, ezekben többnyire műveleti erősítő az aktív elem. Az aktív szűrő működtetéséhez elektromos tápellátás szükséges.

A szűrővel a jel spektrumát kívánjuk módosítani oly módon, hogy a jel bizonyos frekvencia sávba eső komponenseit átengedjük (áteresztő sáv), más tartományokba eső komponenseit viszont elnyomjuk (záró sáv).

Az áteresztő sáv elhelyezkedésétől függően beszélhetünk aluláteresztő (AÁ), feluláteresztő (FÁ), sáváteresztő (SÁ) és sávzáró (SZ) szűrőkről. Ezen négy szűrő tulajdonságait, ill. toleranciasémáját a következőkben ismertetjük. (A toleranciasémák vízszintes tengelyén elvileg f (frekvencia) szerepel, azonban a félreértések elkerülése végett ω -t használunk, mivel a képletekben is ez szerepel. ($s=\sigma + j\omega$))

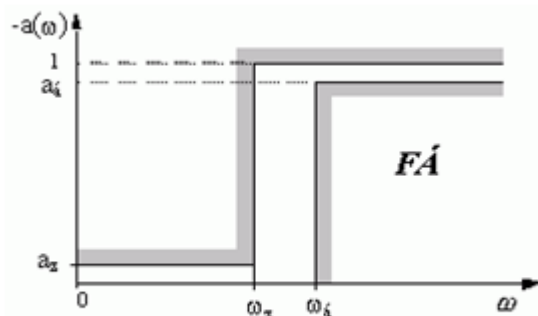
1.1. Aluláteresztő (AÁ) szűrő



1.1. ábra AÁ szűrő toleranciasémája

Az aluláteresztő szűrőnél az áteresztősáv egyenáramtól az ω_a határfrekvenciáig terjed. Ebben a sávban a relatív erősítés $1 > |\alpha(j\omega)| > \alpha_a$ között változhat. A zárósávban, ω_z felett, a relatív erősítés kisebb, mint α_z .

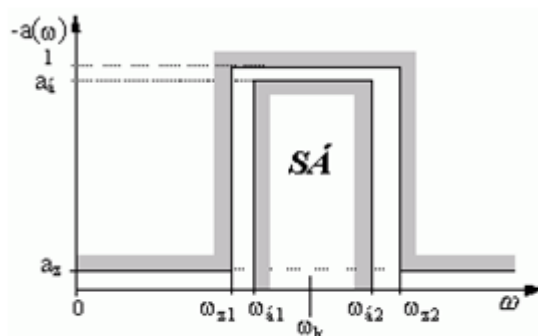
1.2.Feluláteresztő (FÁ) szűrő



1.2. ábra FÁ szűrő toleranciasémája

A felüláteresztő szűrő áteresztő sávja az $\omega_{\acute{a}}$ frekvenciától a végtelenig terjed. Ez azonban csak ideális esetben van így. A valóságban végtelen frekvencián nincs átvitel. Minden felüláteresztő szűrőnek van egy felső határfrekvenciája (ω_f), ahol $\omega_f \gg \omega_{\acute{a}}$.

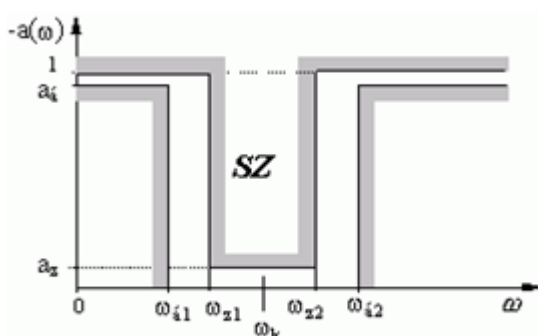
1.3. Sáváteresztő (SÁ) szűrő



1.3. ábra SÁ szűrő toleranciasémája

A sáváteresztő szűrő az ω_k középfrekvenci környezetében $\omega_{\acute{a}1}$ és $\omega_{\acute{a}2}$ között terjedő sávban visz át. A $B = \omega_{\acute{a}2} - \omega_{\acute{a}1}$ a szűrő sáv szélessége.

1.4. Sávzáró (SZ) szűrő



1.4. ábra SZ szűrő toleranciasémája

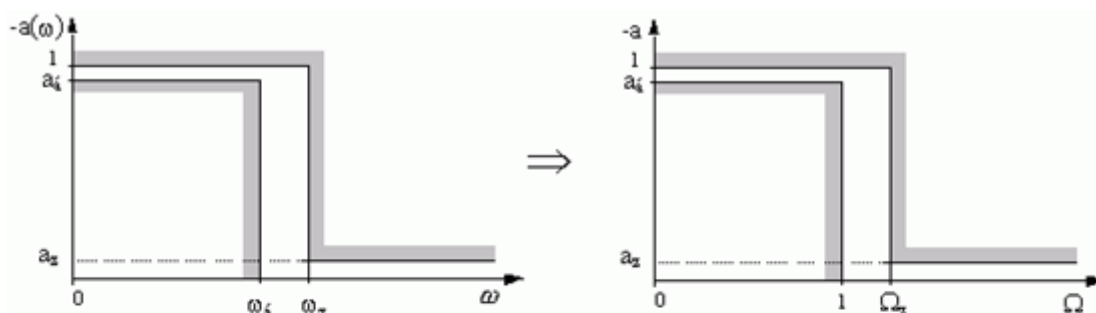
A sávzáró szűrő a sáváteresztő fordítottja, mely az ω_k frekvencia környezetében nem visz át. Ennek egy speciális esete az ún. lyukszűrő, melynél a zárósáv relatív sáv szélessége nagyon kicsi.

2.Frekvenciatranszformációk

A frekvenciatranszformációk célja az, hogy a szűrők mind a négy típusának tervezését ugyanazokkal a matematikai módszerekkel, azonos táblázatok segítségével lehessen elvégezni. Ez úgy valósulhat meg, hogy a komplex frekvenciát megfelelően transzformálva minden szűrőt ún. referens aluláteresztővé (RA) alakítunk. A tényleges $s = \sigma + j\omega$ komplex frekvenciát átranszformáljuk a referens aluláteresztő $S = \Sigma + j\Omega$ komplex frekvenciájává.

Valóságos aluláteresztő, feluláteresztő, sáváteresztő, sávzáró szűrőket a katalógus használatával úgy tudunk tervezni, hogy a specifikációkat transzformáljuk a normalizált frekvencia értékekre, majd katalógusban kikeressük a megfelelő szűrőt. A katalógusból kiolvasott függvényt ezek után vissza kell transzformálnunk, hogy az eredeti specifikációnak eleget tevő szűrőt kapjuk meg.

2.1. AÁ → RA → AÁ

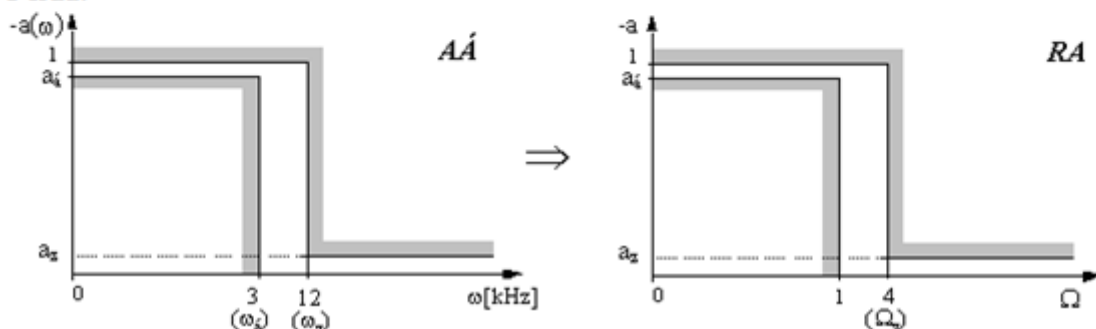


A transzformáció a következő képletek segítségével végezhető el:

$$S = \frac{s}{\omega_a} \qquad \Omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_a}$$

A táblázatok az Ω_p és Ω_z értékeket közlik. A transzformáció a jósági tényezőt (Q) nem befolyásolja. **Az áteresztő tartományban nincs zérus** (csak a zárótartományban). A pólus kiemeli az átvitelt → pólus az áteresztő tartományban van. A visszatranszformálást az $s = S \cdot \omega_a$ képlettel végezzük.

Példa:



$$\Omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_a} = \frac{12}{3} = 4$$

Legyen $\Omega_{p1} = 0.5$ $Q_{p1} = 1.17$
 $\Omega_{p2} = 0.7$ $Q_{p2} = 3.14$

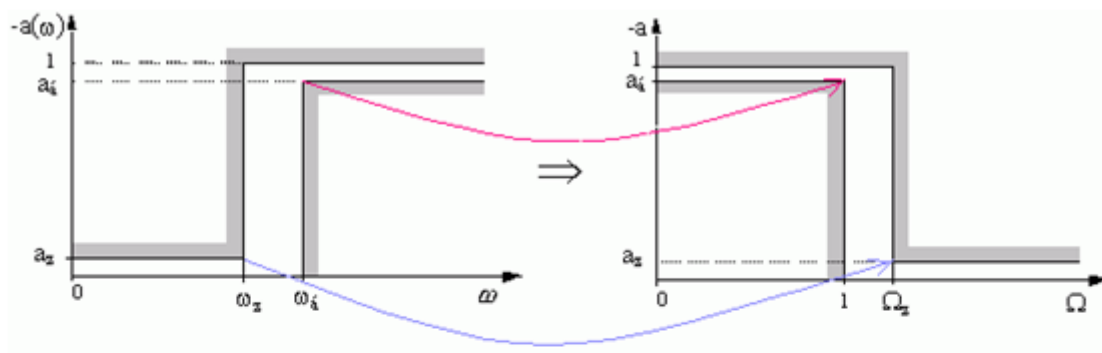
⇓

$$\omega_{p1} = \omega_a \cdot \Omega_{p1} = 3 \cdot 0.5 = 1.5 \text{ kHz}$$

$$\omega_{p2} = \omega_a \cdot \Omega_{p2} = 3 \cdot 0.7 = 2.1 \text{ kHz}$$

Q_{p1} és Q_{p2} változatlanok.

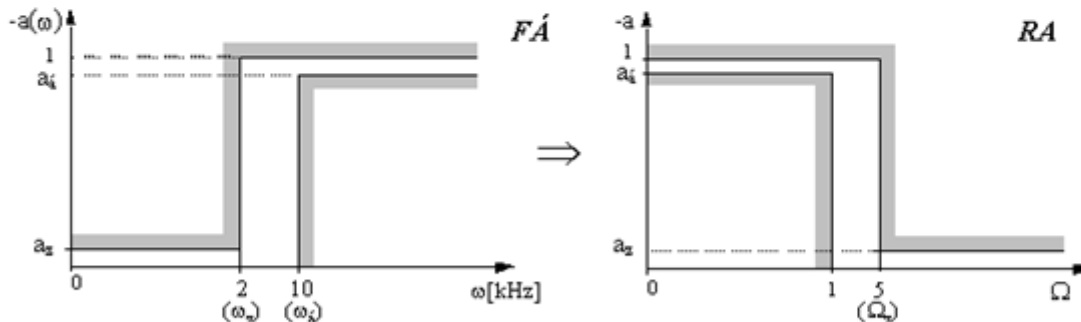
2.2. FÁ → RA → FÁ



A transzformáció a következő képletek segítségével végezhető el:

$$S = \frac{\omega_a}{s} \qquad s = \frac{\omega_a}{S}$$

Példa:



$$\Omega_z = \frac{\omega_a}{\omega_z} = \frac{10}{2} = 5$$

Legyen $\Omega_{p1} = 0.5$

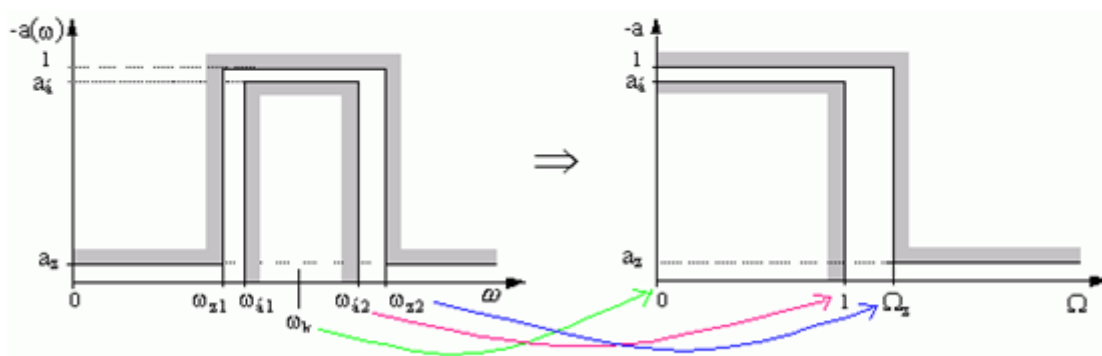
$\Omega_{p2} = 0.8$

⇓

$$\omega_{pi} = \frac{\omega_a}{\Omega_{pi}} \Rightarrow \omega_{p1} = \frac{10}{0.5} = 20 \text{ kHz}; \omega_{p2} = \frac{10}{0.8} = 12.5 \text{ kHz}$$

Zárótartományban nincs pólus!

2.3. SÁ → RA → SÁ



ω_k : közép frekvencia

$$\omega_k = \sqrt{\omega_{a1} \cdot \omega_{a2}} = \sqrt{\omega_{z1} \cdot \omega_{z2}} \quad (\text{a logaritmusos skála miatt}).$$

$$a = 20 \lg \frac{T(\Omega)}{T_0} = 10 \lg |F(\Omega)|^2 = 20 \lg \frac{1}{\sqrt{1 + K(\Omega)^2}}$$

ahol $F(\Omega)$ a normál átviteli függvény, $K(\Omega)$ pedig a karakterisztikus függvény.

Például $\Omega = 1$ esetén $K(\Omega) = 1 \Rightarrow a = 3 \text{ dB}$

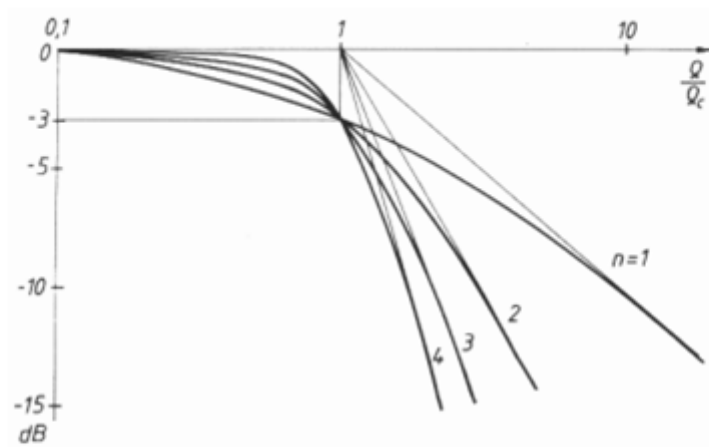
3. Közelítés (approximáció)

A frekvenciatranszformációk és az amplitúdónormálás segítségével a szűrők approximációját csak a referens aluláteresztőn kell elvégezni. A feladatnak végtelen sok megoldása van, ezért csak az áramkörileg megvalósítható és valamilyen szempontból optimális függvénycsaládokkal foglalkozunk. Egy-egy család azonos jellegű, de különböző bonyolultságú függvényeket tartalmaz. A bonyolultságot az átvitel pólusainak n számával jellemezzük (n : a nevező fokszám). Ugyanazt a specifikációt a különböző függvénycsaládok más-más fokszámmal valósítják meg, mert különböző módon optimálisak. Ilyen optimalizálási szempontok:

- maximálisan lapos (Butterworth)
- a zárótartományban monoton (Csebisev)
- az áteresztőtartományban monoton (inverz Csebisev)
- a legkisebb fokszámú (Cauer)

Ahhoz, hogy alkalmazni tudjuk ezeket, ismerni kell az átviteli tulajdonságaikat, a specifikáció teljesítéséhez szükséges fokszám meghatározásának módját és a pólus-zérus elrendezést.

3.1. Butterworth approximáció



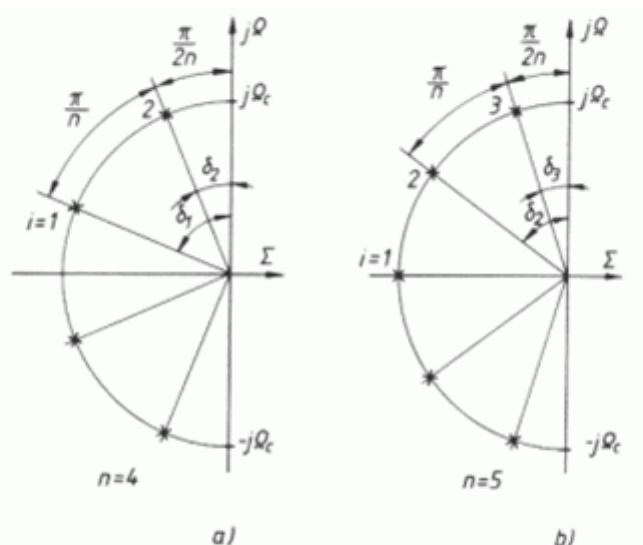
3.1.ábra A különböző fokszámú max. lapos referens aluláteresztők Bode-diagramja

A Butterworth típusú referens aluláteresztő maximálisan laposan közelíti az átviteli karakterisztikát. Innen van a másik neve.

Az átviteli függvénye: $K(\Omega) = B_n(\Omega) = \Omega^n$, $B_n(0) = 0$, $B_n(1) = 1$

Fontos tudni, hogy akárhanyadfokú szűrőt használunk is, az $\Omega=1$ -ben a csillapítás mindig 3 dB/dekád .

A függvény jellemző paraméterei az n fokszám és a törésponti frekvencia (Ω_c). Az átvitel Bode-diagramját különböző fokszámokra mutatja az 3.1. ábra. Megfigyelhető, hogy a fokszám növelésével az $\Omega < \Omega_c$ tartományban a függvény egyre jobban simul a tengelyhez, míg az $\Omega > \Omega_c$ -nél egyre nagyobb az aszimptota meredeksége.

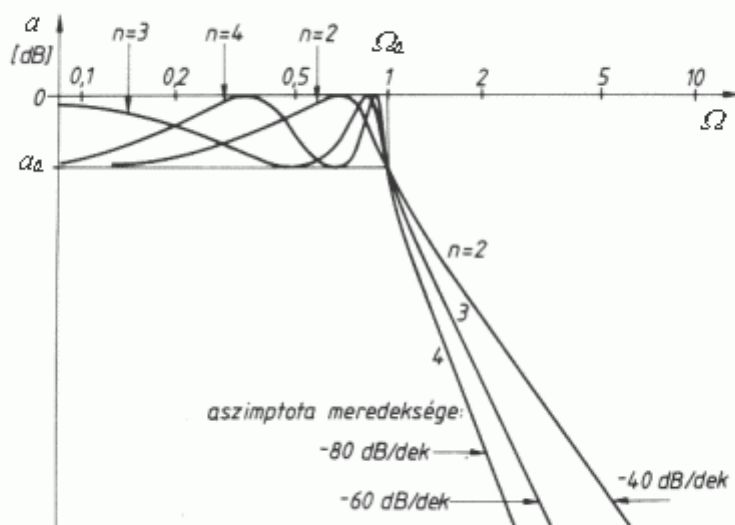


3.2. ábra A póluselrendezés páros (a.) és páratlan (b.) fokszámra

Látható, hogy a póluselrendezés szimmetrikus. És az is látható, hogy a Butterworth típusú referens aluláteresztő **csak pólusokat** tartalmaz. A pólusok egy egység sugarú köríven helyezkednek el, ahogy ez a 3.2. ábrán is látható. A pólusok jósági tényezője különböző.

Egy negyedfokú szűrő ugyanúgy 3dB-t csillapít, mint egy nyolcadfokú. Tehát két negyedfokú szűrő nem egyenértékű egy nyolcadfokúval.

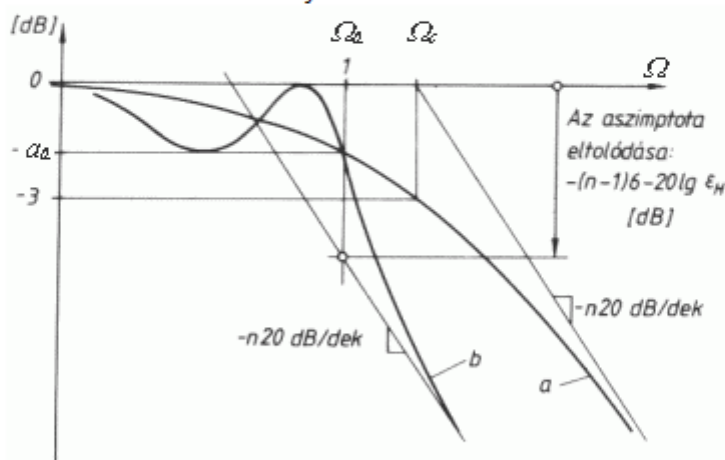
3.2. Csebisev approximáció



3.3. ábra A Csebisev típusú referens aluláteresztők Bode-diagramja

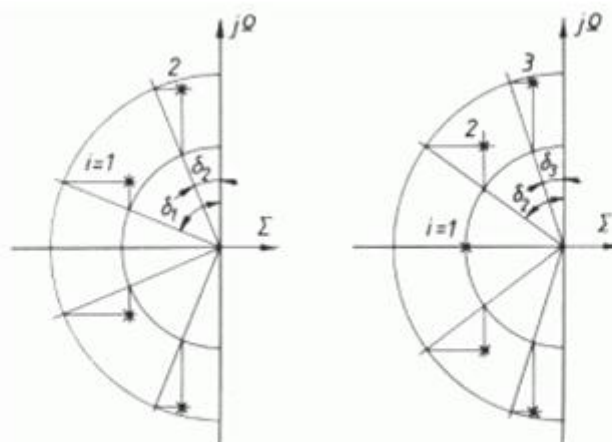
A Csebisev típusú approximáció jellegzetessége, hogy az áteresztő tartományban az átvitel abszolút értéke a megengedett határok között egyenletesen ingadozik, majd Ω_a frekvencia felett monoton csökken. Különböző fokszámú Csebisev típusú átviteli függvények Bode-diagramja látható a 3.3. ábrán.

Hasonlóan a maximális laposságú átvitelhez, itt is csak pólusok vannak. Így azonos fokszám mellett azonos meredekségű a Bode-diagram a zárótartományban. Az átviteli sávban egyenletes az ingadozás. Nagy a csillapítás, így jobb a jósági tényezője, mint a maximális laposságúnak. Az átviteli sávból való kilépés az ingadozás miatt meredekebb, mint a Butterworth-nál, vagyis itt rosszabb az átvitel. Tehát az aszimptota kisebb frekvencián metsz az Ω tengelyt. Ez szigorúbb zárósávi specifikációt tesz lehetővé, és az azonos specifikációt kisebb fokszámmal valósítja meg, mint a Butterworth. Ezt illusztrálja a 3.4. ábra is.



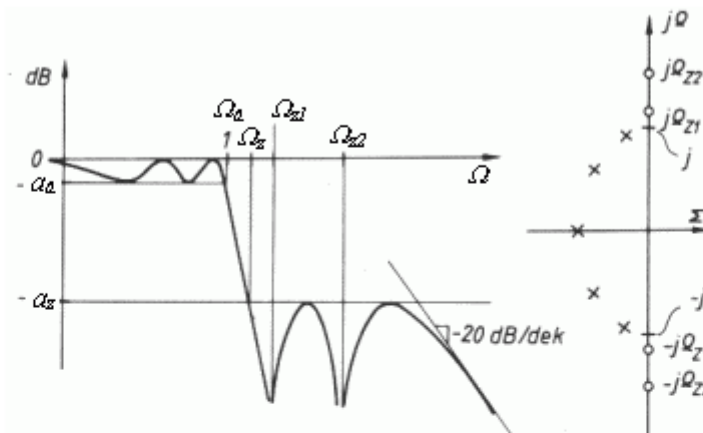
3.4. ábra Azonos fokszámú Butterworth (a) és Csebisev (b) összehasonlítása

Az átviteli függvény pólusai ellipszisen helyezkednek el. Az ellipszis excentritása az átvitel ingadozásától (a_a) függ. A függvény jellemző paraméterei: n , a_a . Ezek ismeretében a pólusok számíthatók. A pólusok S síkon való elhelyezkedését az 3.5. ábra mutatja.



3.5. ábra Csebisev típusú referens aluláteresztők póluselrendezése páros ($n=4$) és páratlan ($n=5$) fokszámra

3.3. Cauer approximáció



3.6. ábra Cauer típusú referens aluláteresztők Bode-diagramja és pólus-zérus elrendezése

Adott fokszám mellett a legszigorúbb specifikáció a Cauer vagy más néven elliptikus átviteli függvényvel teljesíthető. Az átvitel mind az áteresztő, mind a zárótartományban egyenletesen ingadozik. Vagyis az átviteli sávba azonos fokszám esetén ez a legnagyobb meredekségű. A zárótartománybeli ingadozást a zérusok okozzák, melyek a $j\Omega$ tengelyen helyezkednek el. Ezt szemlélteti a 3.6. ábra. A zérusok Ω_{zi} frekvenciáin az átvitel nulla. A zérusok hatására az átmeneti tartományban az átvitel meredeken csökken az a_z érték alá, ellenben az $\Omega \rightarrow \infty$ határesetű tartozó aszimptota meredeksége kisebb, mint az azonos fokszámú, csak pólusokat tartalmazó átviteli függvényé. A zérusok miatt az átviteli függvény bonyolultabb, komplex konjugált pólusok és zérusok jelennek meg. Ez nagy gond. Még az is hátrány, hogy a Cauer típusú approximációnál a legrosszabb a futásidő (a fázis körfrekvencia szerinti deriváltja), ami az ugrásjel-átvitelt befolyásolja.

5. Kérdések

1. Mi az aktív szűrő? Mi különbözteti meg a normál szűrőtől?
2. Milyen szűrő fajtákat ismer? Rajzolja fel azok toleranciasémáját!
3. Mit értünk egy szűrő fokszáma alatt?
4. Mi a frekvencia transzformációk célja? Mire használják ezeket a transzformációkat?
5. Milyen közelítési (approximációs) szempontokat ismer, sorolja fel azokat?
6. Rajzoljon fel egy 6-od és egy 7-ed fokú Csebisev póluselrendezést és számolja ki a Q-k értékét?

6. Mérési feladatok

1.1 Készítsen specifikációt, számolja ki milyen alkatrészekre van szüksége egy aktív szűrő megépítéséhez. Határozza meg a fokszámot ha A_o erősítés -65dB 8kHz -en. Ehhez használja a mérési útmutató 2. számú mellékletét.

1.2 Rajzolja fel póluselrendezést.

1.3 Számolja ki Q_1 , Q_2 és ω_p értékét.

1.4 Számolja ki a mérési útmutató 1.számú melléklete alapján a hiányzó értékeket!

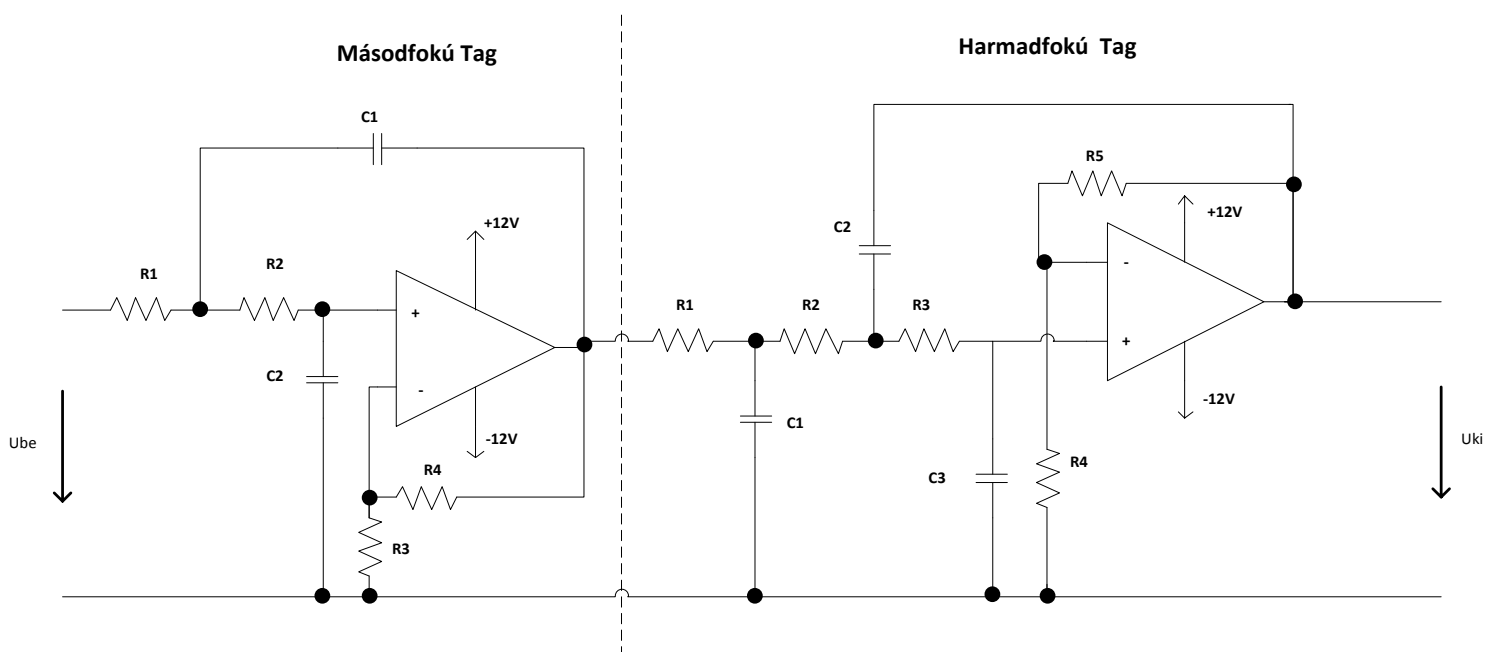
Másodfokú tag:

$$R_1=R_2=R=10\text{k}\Omega \quad R_3=\infty \quad C_1=? \quad C_2=?$$

Harmadfokú tag:

$$R_1=R_2=R_3=R=4,7\text{k}\Omega \quad C_1=? \quad C_2=? \quad C_3=?$$

1.5 Építse meg a következő kapcsolást!



2.1 A megépített kapcsolásra adjon $\pm 12\text{V}$ tápfeszültséget. Figyeljen a polaritásra! A bemenetre adjon 1V p-p szinusos jelet melynek a frekvenciái a következők legyenek: 20Hz , 200Hz , 2kHz és 20kHz Rajzolja vagy fényképezze le a kapott jelet. Magyarázza a látottakat.

2.2 Ismétlje meg a 2.1-es feladatot Négyszög jel esetén is.

2.3 Ismétlje meg a 2.1-es feladatot Háromszög jel esetén is.

3.1 Válassza szét a másodfokú és a harmadfokú tagot. Kapcsoljon a másodfokú szűrő bemenetére 2V p-p szinusos jelet. A kimenetét kösse a oszcilloszkóp egyik bemenetére. Vizsgálja a kimenő szinuszos jel feszültségét a következő frekvenciákon: $f=50,100,200,300,500,750,1\text{k},1,25\text{k},2\text{k},3\text{k},4\text{k},5\text{k},10\text{k},20\text{kHz}$ -en.

3.2 Készítsen táblázatot, számolja ki a csillapítás értékét dB-ben.

3.3 Készítsen mindkét értéksorhoz grafikont is.

3.4 Határozza meg a törésponti frekvenciáját (-3dB) a 2. fokú tagnak.

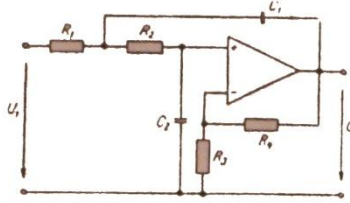
4.1 Ismétlje meg a 3.1-től a 3.4-ig feladatot a harmadfokú taggal is.

5.1 Kapcsolja össze a másodfokú és harmadfokú tagot. Ismétlje meg a 3.1-től a 3.4-ig feladatban leírtakat.

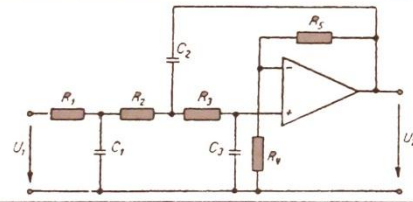
6.1 Írja le személyes tapasztalatait a méréssel kapcsolatban.

7. Melléklet

16. táblázat Másodfokú aluláteresztő alaptag

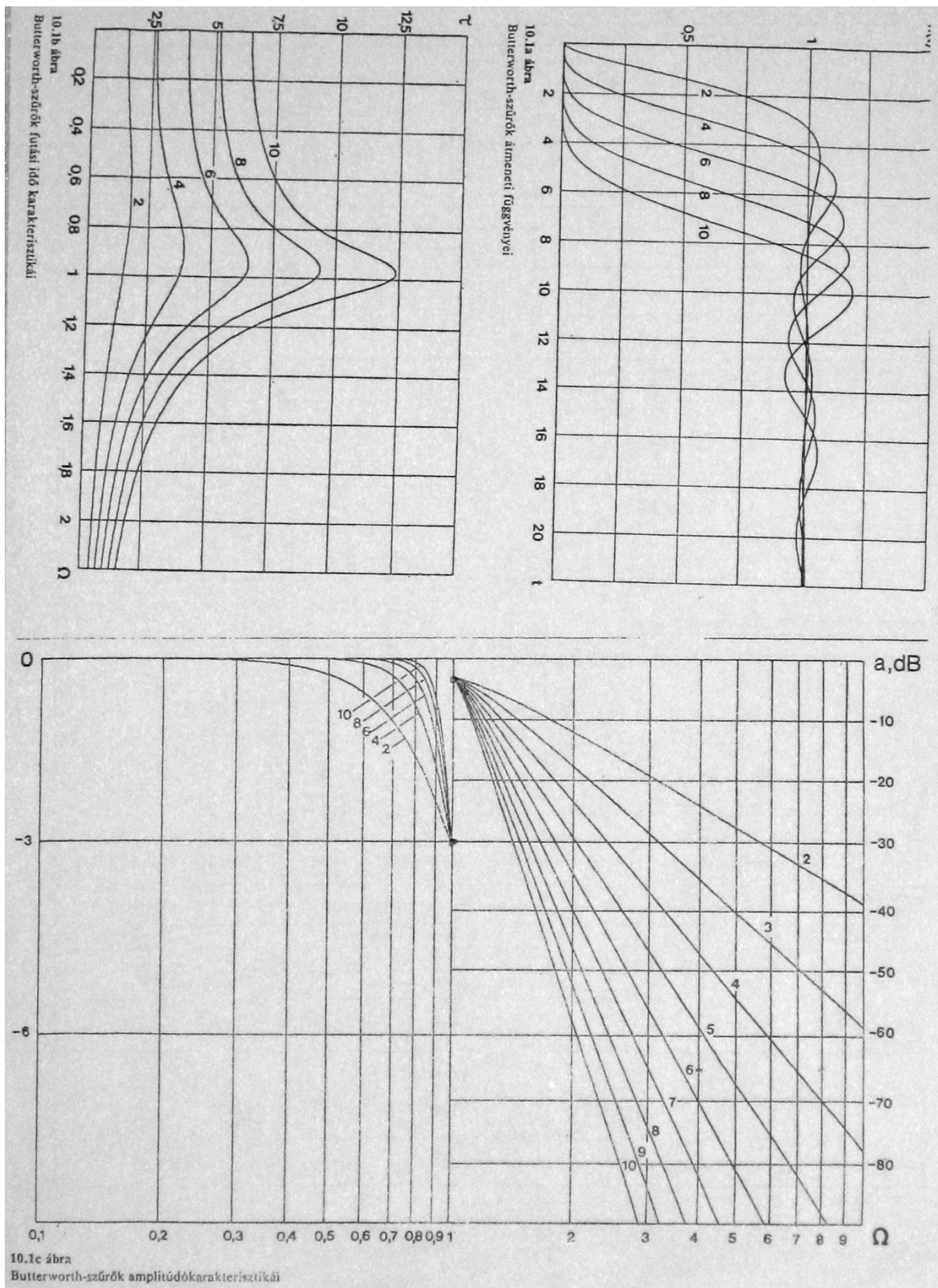
MA		Sallen-Key-aluláteresztő, áthidalt T visszacsatolás	
Kapcsolás és átviteli függvény			$T(s) = T_0 \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_p Q_p} + \frac{s^2}{\omega_p^2}}$ $T_0 = 1 + \frac{R_4}{R_3}$
	$T(s) = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \frac{1}{1 + s \left[(R_1 + R_2)C_2 - \frac{R_4}{R_3} R_1 C_1 \right] + s^2 R_1 R_2 C_1 C_2}$		
Tervezési összefüggések	Végparaméterek	$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}, \quad \frac{1}{Q_p} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \left[\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right] - \frac{R_4}{R_3} \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}}, \quad T_0 = 1 + \frac{R_4}{R_3}$	
	Alkalmazási szempontok	$Q_p < 5, \quad \omega_p < 0,05 \omega_T / Q_p$	$Q_p < 20, \quad \omega_p < \frac{0,05 \omega_T 2 Q_p}{\sqrt{2 Q_p (Q_p + 2)} - 2}$
	Tervezési feltételek	$R_1 = R_2 = R, \quad C_1 / C_2 = 4 Q_p^2, \quad T_0 = 1$	$R_1 = R_2 = R, \quad C_1 / C_2 = 2 Q_p$
	Kiindulási adatok	$\omega_p, Q_p, R,$	$\omega_p, Q_p, R, R_3,$
	Elemértékek	$R_1 = R_2 = R, \quad R_3 = -$ $C_2 = \frac{1}{\omega_p R 2 Q_p},$ $C_1 = 4 Q_p^2 C_2,$	$R_1 = R_2 = R, \quad C_2 = \frac{1}{\omega_p R \sqrt{2 Q_p}},$ $C_1 = 2 Q_p C_2, \quad R_4 = \frac{R_3}{Q_p} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2 Q_p}}\right),$
	Érzékenységek	$\sum_i (S_{z_i}^{\omega_p})^2 = 1, \quad \sum_i (S_{z_i}^{Q_p})^2 = \frac{1}{2}$ $\Gamma_{\omega_p}^{\omega_p} = -\Gamma_{Q_p}^{\omega_p} = Q_p$	$\sum_i (S_{z_i}^{\omega_p})^2 = 1, \quad \sum_i (S_{z_i}^{Q_p})^2 = 9 Q_p - 7 \sqrt{2 Q_p} + 3,$ $\Gamma_{\omega_p}^{\omega_p} = -\Gamma_{Q_p}^{\omega_p} \approx \frac{Q_p + 2}{\sqrt{2 Q_p}} - \frac{1}{Q_p}$
Hangolás	$C_1 \rightarrow Q_p, \quad R_1 \rightarrow \omega_p$	$R_1 \rightarrow \omega_p, \quad R_4 \rightarrow Q_p$	

17. táblázat Harmadfokú aluláteresztő alaptag

HA		Harmadfokú aluláteresztő, módosított áthidalt T visszacsatolás	
Kapcsolás és átviteli függvény			$T(s) = T_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_e}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_p Q_p} + \frac{s^2}{\omega_p^2}\right)}$ $T_0 = 1 + \frac{R_5}{R_4}$
	$T(s) = \frac{1}{1 + s \left[R_1 C_1 + (R_1 + R_2 + R_3) C_3 - \frac{R_5}{R_4} (R_1 + R_2) C_2 \right] + s^2 \left[R_1 (R_2 + R_3) C_1 C_3 + R_3 (R_1 + R_2) C_2 C_3 - \frac{R_5}{R_4} R_1 R_2 C_1 C_2 \right] + s^3 R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 C_3}$		
Tervezési összefüggések	Alkalmazási szempontok	$Q_p < 3, \quad \omega_p < 0,01 \omega_T / Q_p$	
	Kiindulási adatok	$\omega_e, \omega_p, Q_p, R, R_4$	
	Elemértékek	$R_1 = R_2 = R_3 = R, \quad C_1 = \frac{2}{\omega_e R}, \quad C_2 = \frac{1}{\omega_p^2 R^2 C_1} = \frac{\omega_e}{2 \omega_p^2 R}, \quad C_3 = \frac{C_1}{2}, \quad R_5 = R_4 \frac{\omega_p}{\omega_e} \left[4 \frac{\omega_p}{\omega_e} - \frac{1}{Q_p} \right]$	
	Végparaméterek	$\omega_e = \frac{2}{R C_1}, \quad \omega_p = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}, \quad \frac{1}{Q_p} = \frac{2}{\sqrt{C_1 C_2}} \left[C_1 - \frac{R_5}{R_4} C_2 \right], \quad T_0 = 1 + \frac{R_5}{R_4}$	
	Érzékenységek	$\sum_i (S_{z_i}^{\omega_p})^2 = *, \quad \sum_i (S_{z_i}^{\omega_e})^2 = *, \quad \sum_i (S_{z_i}^{Q_p})^2 = *$ $\Gamma_{\omega_p}^{\omega_p} = -\Gamma_{Q_p}^{\omega_p} = 8 \left(\frac{\omega_p}{\omega_e} \right)^3 + 4 \left(\frac{\omega_p}{\omega_e} \right) + \frac{1}{2} \frac{\omega_e}{\omega_p} - \frac{1}{Q_p} \left[4 \left(\frac{\omega_p}{\omega_e} \right)^2 + 1 \right] + \frac{1}{2 Q_p^2} \frac{\omega_p}{\omega_e}$	
	Hangolás	$C_1 - R_1$ leválasztása után	$\omega_p' = \sqrt{2} \omega_p, \quad Q_p' = \sqrt{2} Q_p, \quad \omega_e' = \frac{\omega_e}{2}$

6.9. táblázat szerint

1. számú melléklet



2. számú melléklet