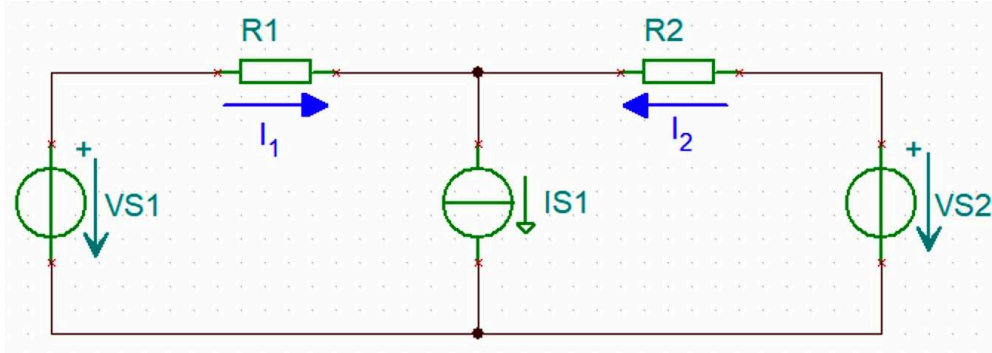


# Elektrotechnika - Egyenáramú hálózatok

## Példák I.

1. Számítsa ki az  $I_2$  áram értékét! ( $R_1$  2,9  $\Omega$ ,  $R_2$  81,2  $\Omega$ ,  $VS_1$  44,8 V,  $VS_2$  77,2 V,  $IS_1$  77 A)



A Kirchhoff-egyenletek:

$$I_1 + I_2 = I_{S1}$$

$$-U_{S1} + U_{R1} - U_{R2} + U_{S2} = 0$$

Behelyettesítve az Ohm-törvényeket a másodikba, majd az első egyenletet a másodikba:

$$-U_{S1} + I_1 R_1 - I_2 R_2 + U_{S2} = 0$$

$$I_1 = I_{S1} - I_2$$

$$-U_{S1} + I_{S1} R_1 - I_2 R_1 - I_2 R_2 + U_{S2} = 0$$

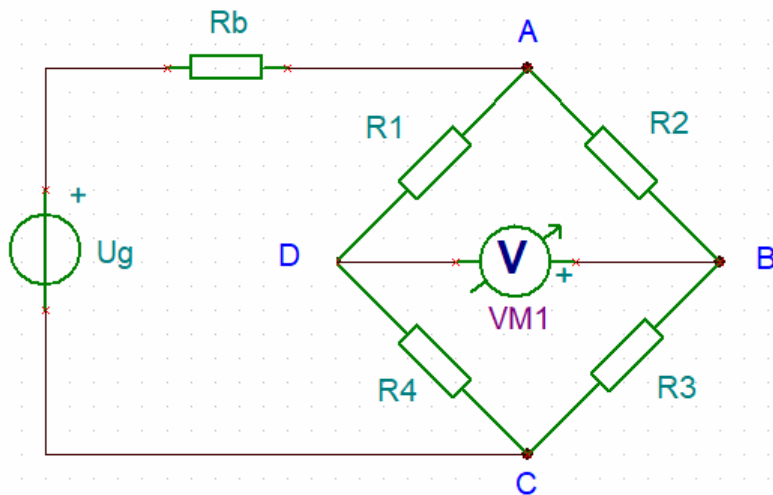
$$-I_2 (R_1 + R_2) = U_{S1} - U_{S2} - I_{S1} R_1$$

$$I_2 = \frac{-U_{S1} + U_{S2} + I_{S1} R_1}{R_1 + R_2} =$$

$$= \frac{-44,8\text{V} + 77,2\text{V} + 77\text{A} \cdot 2,9\Omega}{2,9\Omega + 81,2\Omega} =$$

$$= 3,04\text{A}$$

2. Határozza meg az B és D pontok között eső feszültséget, ha  $U_g$  5,1 V,  $R_b$  1,8  $\Omega$ ,  $R_1$  2,7  $\Omega$ ,  $R_2$  7,7 k $\Omega$ ,  $R_3$  6,4 k $\Omega$ ,  $R_4$  1,1  $\Omega$ !



Először határozzuk meg  $U_{AC}$ -t a feszültségosztó képlettel:

$$U_{AC} = U_g \frac{(R_1 + R_4) \parallel (R_2 + R_3)}{R_b + (R_1 + R_4) \parallel (R_2 + R_3)}$$

\*Itt a repluszra a nemzetközi "párhuzamos" jelzést használtam. Ez nehezebben keverhető össze mással, mint az  $\times$ .

(Ha nem rémlik a feszosztó képlet, se baj, kiszámoljuk az eredő ellenállást a generátor szemszögéből, abból az áramerősséget, majd Ohm trv a kérdéses ellenállásra, ugyanez jön ki.)

Namost a fenti képlet elég randa, itt a kezdőknek egy tipp (amit remélem igazából senkinek nem kell mondani, de azért...): ne számoljuk ki kétszer a párhuzamos kapcsolás eredőjét, és ne is írj be kétszer a számológépbe (ez mondjuk valószínűleg bele se fér). Vagy számoljuk ki előre azt a részt és tegyük el a számológép memóriájába (gyakorolni a M használatát!), vagy írjuk át a képletet:

$$U_{AC} = U_g \left( 1 - \frac{R_b}{R_b + (R_1 + R_4) \parallel (R_2 + R_3)} \right)$$

Ebből újabb feszültségosztókkal megkaphatjuk  $U_{DC}$ -t és  $U_{BC}$ -t. Emlékezzünk, hogy az ideális voltmérő belső ellenállása végtelen, tehát azon nem folyik áram, olyan, mintha ott se lenne a kapcsolásban.

$$U_{DC} = U_{AC} \frac{R_4}{R_1 + R_4}$$

$$U_{BC} = U_{AC} \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

Ebből kivonással megkapjuk  $U_{BD}$ -t (itt vehetjük úgy, hogy C pont a referencia nulla, és  $U_{DC}$  és  $U_{BC}$  potenciálok, akkor  $U_{BD}$  feszültséget a két potenciál különbségeként kapjuk meg).

$$U_{BD} = U_{BC} - U_{DC}$$

Most számoljuk is ki. (Direkt a végére hagytam, mert szokjuk meg, hogy parametrikusan / képletekkel/ dolgozunk! Főleg menedzser szakon jellemző, hogy rögtön elején minden számot behelyettesítenek, amivel első ránézésre lehet a képleteket egyszerűsíteni, de aztán a vége gyakran

az, hogy összekeverednek, elrontják a nagyságrendeket, nem tudják mit számoltak és le se tudják ellenőrizni vagy megtalálni a hibát. A képletes változatban sokszor feltűnő, ha hiba van. Lásd dimenzió-analízis. Ha pl összeadás van, akkor mindegyik mennyiség ugyanaz kell, hogy legyen. Így pl  $U_1 + I_1$  nem lehet jó; vagy  $I_1 * R_1 + U_2 * R_2$  is gyanús, főleg mert feszültséget nem szoktunk szorozni ellenállással (hacsak nem osztjuk utána rögtön, ld feszosztó). Stb)

$$U_{AC} = U_g \left( 1 - \frac{R_b}{R_b + (R_1 + R_4) \parallel (R_2 + R_3)} \right) =$$

$$= 5,1V \left( 1 - \frac{1,8\Omega}{1,8\Omega + (2,7\Omega + 1,1\Omega) \parallel (7700\Omega + 6400\Omega)} \right) = 3,4604V$$

A replusz számításához számológép használata esetén az eredeti reciprokos képletet javaslom! Azaz pl.

$$R_1 \parallel R_2 = (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1} \text{ ehhez a számológép } 1/x \text{ avagy } x^{-1} \text{ gombját használjuk.}$$

Vegyük észre, hogy az  $R_1 + R_4$  nagyságrendekkel kisebb  $R_2 + R_3$ -nál, így a replusz eredménye jó közelítéssel  $R_1 + R_4$  lesz.

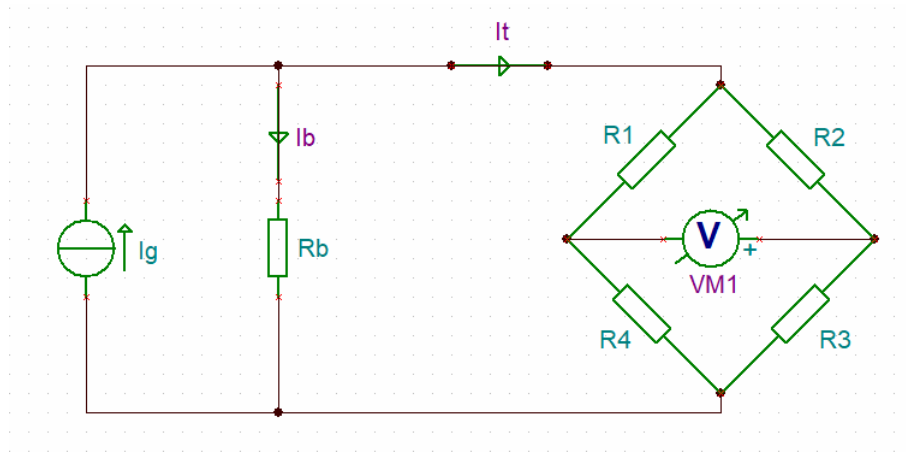
$$U_{DC} = U_{AC} \frac{R_4}{R_1 + R_4} = 1,0017V$$

$$U_{BC} = U_{AC} \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 1,5707V$$

(Csak azért számolok négy tizedesre, hogy csökkentsem a végén a kerekítési hibát. Plusz: használjuk ki a számológép memóriáját, vigyük át a pontosabb értéket a következő képletbe stb. Azaz a leírt részeredményeket kerekíthetjük, míg a számológépben a következő számolásban a pontosabb értéket használjuk fel, így kevésbé adódnak össze a kerekítési hibák.)

$$U_{BD} = U_{BC} - U_{DC} = 0,569V$$

3. Határozza meg  $I_b$  értékét, ha  $I_g$  2,3 mA,  $R_b$  5 k $\Omega$ ,  $R_1$  9,8  $\Omega$ ,  $R_2$  5 k $\Omega$ ,  $R_3$  8,2 k $\Omega$ ,  $R_4$  4,1  $\Omega$ !



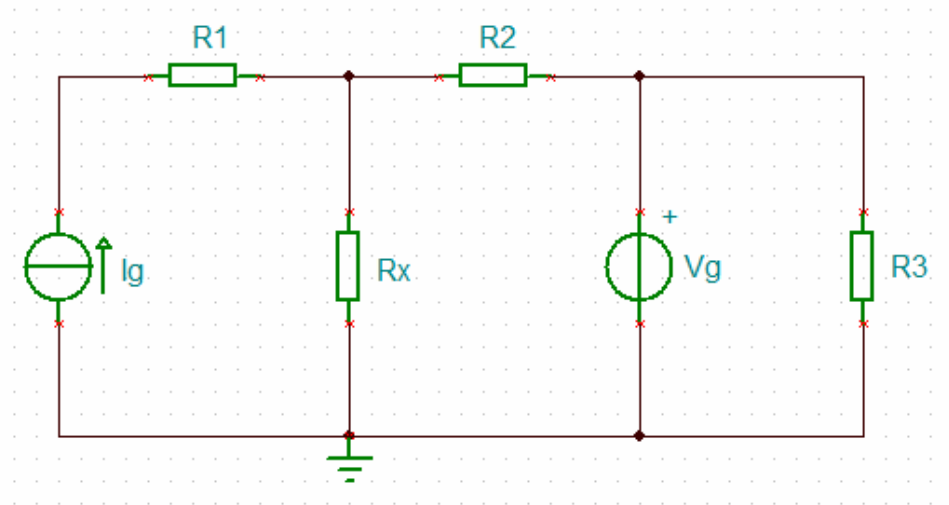
A voltmérő itt láthatóan csak megtévesztésül van. Innentől a feladat rém egyszerű, párhuzamos kapcsolás. Kiszámoljuk a generátor feszültségét, majd abból a kérdéses áramot.

$$U_g = I_g (R_b \parallel (R_1 + R_4) \parallel (R_2 + R_3))$$

$$I_b = \frac{U_g}{R_b}$$

A behelyettesítést meghagyom gyakorlásnak. Itt a replusznál a reciprokos képlet használendő, ne próbálkozzunk a szor-per-plusszal!

4. Mekkora az Rx ellenálláson átfolyó áram értéke?  $V_g$  8,8 V,  $I_g$  3 A,  $R_1$  4,3  $\Omega$ ,  $R_2$  2  $\Omega$ ,  $R_3$  8,6  $\Omega$ ,  $R_x$  5,8  $\Omega$ .



Használjuk a szuperpozíció módszerét.

Az  $I_g$ -t átneveztem  $I_{g1}$ -re és  $U_g$ -t  $U_{g2}$ -re (mert ha véletlenül valaki ki akarná számolni az áramgenerátor feszültségét vagy a feszgenerátor áramát, akkor ne legyen kavargás). A referencia irányokra most nem lesz szükség, mert csak  $R_x$  a kérdéses. Legyen ennek a feszültsége és árama lefelé mutató.

Először dezaktiváljuk  $U_{g2}$ -t, ekkor rövidzár lesz belőle (erre utal a rajzele is). Ekkor  $R_3$  kiesik a képből.

$$I_1 = I_{g1}$$

$$U_x' = I_g (R_x \parallel R_2) = 3A((5,8\Omega)^{-1} + (2\Omega)^{-1})^{-1} = 4,4615V$$

Utána  $I_{g1}$ -t dezaktiváljuk.

$$U_x'' = U_{g2} \frac{R_x}{R_x + R_2} = 8,8V \frac{5,8\Omega}{5,8\Omega + 2\Omega} = 6,5436V$$

Összeadjuk:

$$U_x = U_x' + U_x'' = 11,005V$$

$$I_x = \frac{U_x}{R_x} = 1,8974A$$