Elektrotechnika - Komplex számolási feladat

Segédlet
SI prefixumok:
m 10^{-3}
µ 10^{-6}
n 10^{-9}
p 10^{-12}
k 10^{+3}
M 10^{+6}
G 10^{+9}
T 10^{+12}

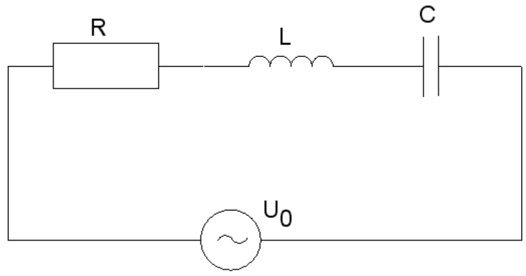
1.
Számolja ki a következő impedanciákat! C=33nF , L=50µH , f=8kHz
Z_C=? Z_L=?

ω=2πf=2·3,1416·8000Hz=50265,5 rad/s=50,265krad/s

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{2\pi f C} = -j\frac{1}{50265{,}5\frac{1}{s}\cdot 33\cdot 10^{-9}F} = -j\frac{10^9}{50265{,}5\frac{1}{s}\cdot 33F} = -j602{,}86\Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j50265{,}5\frac{1}{s}\cdot 50\cdot 10^{-6}H = j2{,}51\Omega$$

2.
Adott egy soros rezgőkör (RLC). Most az egyszerűség kedvéért az impedanciák adottak.



Adott: U_0 =12V ; R = 2kΩ ; X_L = j750Ω ; X_C = -j1250Ω

Számolja ki az eredő impedanciát, az eredő áramot és az egyes elemek feszültségeit!

Az eredő impedanciát ugyanúgy számoljuk, mint ellenállásoknál:
$Z_e = R+X_C+X_L=2000\Omega + j750\Omega - j1250\Omega = (2000 - j500)\ \Omega$

$$I_0 = \frac{U_0}{Z_e} = \frac{12V}{(2000 - j500)\Omega} = \frac{12}{(2000 - j500)}\cdot\frac{2000 + j500}{2000 + j500}A = \frac{24000 + j6000}{2000^2 + 500^2}A = 5{,}647mA + j1{,}412mA$$

Emlékeztető: komplex számmal való osztásnál (ha nem tud ilyet a számológépünk) a nevező konjugáltjából (azaz ahol a képzetes rész előjele fordított) képzett egységtörttel szorzunk, így a nevezőben kiesik a képzetes rész. Ti.

$$(a + jb)\cdot(a - jb) = a^2 + j^2b^2 = a^2 - b^2$$

Az Ohm-törvényt továbbra is használhatjuk:

$$U_R = IR = (5,647 + j1,412)\text{mA} \cdot 2000\Omega = (11,294 + j2,824)\text{V}$$

$$U_L = IZ_L = (5,647 + j1,412)\text{mA} \cdot j750\Omega = (-1,059 + j4,235)\text{V}$$

$$U_C = IZ_C = (5,647 + j1,412)\text{mA} \cdot (-j1250\Omega) = (1,765 - j7,059)\text{V}$$

Átszámolás abszolút érték és fázisszögbe:
(U_0-t valósnak adtuk meg, azaz ennek a fázisa lesz a referencia nulla szög.)

$$|I_0| = |5,647mA + j1,412mA| = \sqrt{5,647^2 + 1,412^2}\,mA = 5,820mA$$

$$arcI_0 = arctg\frac{1,412}{5,647} = 14^\circ$$

$$|U_R| = |(11,294 + j2,824)|\text{V} = 11,642\text{V}$$

$$\phi_{U_R} = \text{arctg}\frac{2,824}{11,294} = 14^\circ$$

$$|U_L| = |(-1,059 + j4,235)|\text{V} = 4,365\text{V}$$

$$\phi_{U_L} = \text{arctg}\frac{4,235}{-1,059} + 180^\circ = -76 + 180 = 104^\circ$$

$$|U_C| = |(1,765 - j7,059)|\text{V} = 7,276\text{V}$$

$$\phi_{U_C} = \text{arctg}\frac{-7,059}{1,765} = -76^\circ$$

Ellenőrzés:

$$U_R + U_L + U_C =$$

$$= (11,294 + j2,824)\text{V} + (-1,059 + j4,235)\text{V} + (1,765 - j7,059)\text{V} =$$

$$= 12\text{V} = U_0$$

Tehát Kirchhoff huroktörvénye stimmel, az eredmény valószínűleg jó.